法学研究 78 巻 9 号（2005：9）

公的年金制度の役割

麻　生　良　文

1．はじめに

年金保険は寿命の不確実性に伴うリスクに対する保険である。この論文の目的は，第１に，年金保険の存在による利益を明らかにすることである。第２に，情報の非対称性にもとづく市場の失敗が存在するので，自由な市場での年金保険の提供は効率的な資源配分を実現できないことを示す。そして，

公的年金の導入がこの状況を改善する場合があるので，公的年金の存在意義があるという議論を展開する。

年金保険の存在によって，個人は寿命の不確実性に伴う資産の使い残しリスクから解放される。これは年金保険の存在による利益である。しかし，一方で，遺産の減少から経済全体の資本が減少し，そのことによる産出量の低下というコストをもたらす。この論文では，単純なモデルを用いて，年金保険によるリスク除去の利益と資本蓄積阻害の費用の大きさを比較する。近年，年金制度の経済効果を考える際に，多期間のライフサイクルモデルを前提にしたシミュレーション分析が多く行われるようになってきた。そのような分析では，年金保険の存在が，寿命の不確実性のリスクを軽減する効果と資本蓄積に与える効果が同時に分析されることが多い。しかし，それぞれの効果が個々にどの程度の効果をもっているのかがわかりにくいという欠点もある。この論文の特徴は，単純なモデルを用いることで，それらの効果を分解して把握しようとしたところにある。

さて，保険市場が理想的に機能すれば，政府の介入の余地はない。年金保険については，公的年金保険の存在は不要である。しかし，保険市場は，通常の財・サービス市場に比較すると，「市場の失敗」が生じる可能性が高いと考えられている。モラル・ハザードと逆選択という現象が重要だが，この論文では，特に逆選択の問題を扱った。

保険の存在によって，人々が保険が存在しない場合に比べて事故に対する注意を払わなくなる現象をモラル・ハザードという（この原因は，保険会社が加入者の行動を完全に監視できないことに原因がある)。また，保険会社と加入者の間に，加入者の事故確率に関する情報の非対称性が存在すると，逆選択という現象が発生し，最悪の場合，保険市場そのものが成立しなくなる可能性ある。年金保険の場合，年金加入者が何歳まで生きそうかについて，保険会社よりよく知っているかもしれない。例えば，自分の家系は代々で長寿であるとか，早死にであるとかを知っているとする。一方，保険会社は，加入者全体の平均的な寿命を知ることはできるが，個々の加入者の個別の情報を知らないとする。このような場合，保険会社の設定した保険料と給付の組

み合わせでは，最も早死にしそうだと考えている人々が保険の加入を止めるかもしれない。すると，加入者全体の平均寿命は伸びてしまう。保険会社は，損失を避けるために，保険料をあげるか給付を引き下げざるをえない。しかし，そうすると，今度は，その次に早死にしそうなグループが年金保険から脱退してしまう。これが逆選択である（事故確率の高い：長生きするグループだけが保険に残る)。このような連鎖が続くと，保険が必要にも関わらず，民間では保険を供給することが困難になる。そして，逆選択に基づく市場の失敗を克服する方法のひとつは，政府による強制加入である。これが，公的年金保険が必要な根拠である。

なお，公的年金の役割については，(1)人々が十分に老後の備えをしない可能性，(2)世代間の所得再分配が必要である，(3)世代間でリスクを分担する必要がある（通常はこのリスクがどのようなリスクを意味するのか不明)，などの議論がある。(1)は，人々は将来を予見しない近視眼的行動をとっており，そのような選択については，政府が是正する必要があるというパターナリスティックな根拠にもとづく議論である。これについては，一定の正当性を認めることもできる。しかし，(2)や(3)については，かりにその必要性があったとしても，公的年金制度を用いなければそれができないわけではないことに注意が必要である。また，(4)老後の所得低下というリスクに備えるため，という議論もある。老後に所得が低下するのはあらかじめわかっているから，(4)の議論は(1)と同じ議論と解釈することができよう。したがって，パターナリズムの観点からの介入という根拠を除くと，公的年金保険の存在の根拠は，逆選択による市場の失敗に求められるのである。

さて，以下では，2.において，年金保険の存在による利益の大きさをを議論する。まず，寿命の不確実性のリスクの除去による利益を等価変分の尺度で測る。続いて，遺産の減少による資本蓄積の抑制がどの程度の産出量の低下をもたらすか議論する。さらに，家族によるリスクシェアリングや多期間モデルへ拡張することで，現実的なインプリケーションを引き出すことを試みる。3.では，情報の非対称に基づく市場の失敗が効率的な資源配分を実現しないこと，既存の研究を紹介する形で示し，公的年金の導入が事態を改善

する可能性があることを示す。

2. 寿命の不確実性と年金保険の役割

年金保険は寿命の不確実性に対する保険である。最初にこの意味を明らかにしておこう。まず，あらかじめ保険料を支払っておくと，事故発生時に給付を受け取れるような，状態条件付き契約が保険である。火災や盗難に対する保険に加入していれば，火災や盗難という事故が発生した場合に給付を受け取ることができる。しかし，事故が発生しなければ給付は支払われない。年金保険は，人々はあらかじめ何歳まで生きるかわからないという不確実性に対処する保険であり，あらかじめ保険料を支払っておけば，生存している限り給付を受け取れる。人々は，平均よりも早く死亡する可能性も，長生きする可能性もある。個々人が老後の生活のために貯蓄する場合，年金保険が存在しないと，予想外に長生きした場合に備えて生活資金を保有していなければならない。この場合，ほとんど全ての人が事後的に資産を使い残す。ところが，年金保険に加入していれば，予想外の長生きに備えて余分な資産を保有している必要がなくなる。普通の金融資産に投資した場合，投資家の生存・死亡と無関係に収益が支払われる。一方，年金保険は，保険加入者が生存している場合には保険の給付が支払われるが，死亡した場合には給付が支払われない。

個々人にとって事故に遭遇するかどうかは（年金保険の場合は生存している）1か0しかない。しかし，同様のリスクに直面している個人を多数集めると，その集団内で事故の発生する件数は，ある一定の値に収束していく(これは大数の法則である)。このことを利用したのが保険の原理である。個々人の直面するリスクは大きくても，集団としてはリスクが存在しない。

この節では，まず最初に，年金保険が存在しない世界での最適な消費経路の決定を説明する。次に，年金保険が存在する場合の消費経路を求める。年金保険の存在によって，個人は寿命の不確実性に伴うリスクから解放される。寿命の不確実性が存在する世界で年金保険が存在しないと，個人は，予想外

に長生きした場合に備えて資産を消費し尽くさないように消費経路を選択する。したがって，事後的には遺産が残るのが普通である。しかし，年金保険が存在し，資産の全てを年金で運用すれば，生存している限り給付を受け取ることができ，資産の使い残しのリスクも発生しない。以下では，年金保険の存在による利益を，等価変分（equivalent variation）の概念を用いて表すことも行う。これは，年金保険の存在による効用の増分を，年金制度の無い場合に初期保有資産がどの程度増加したことと等しいかによって測るものである。なお，Kotlikoff and Spivak (1981) が示したように，年金制度が存在しなくても，家族による共同消費（資産の共有）によって，寿命の不確実性に伴う資産の使い残しのリスクは軽減される。その意味で，家族制度は不完全ながら公的年金制度の代替になっている。また，公的年金制度の存在が，使い残しの資産を減らすことは，経済全体の資本蓄積水準を低下させ，労働者一人当たりの所得を低下させる。この効果は，寿命の不確実性を取り除くことから生じる利益を減殺する。これらの点についても，以下では簡単に触れよう。

2.1. 寿命の不確実性

ここでは，2期間からなるモデルを考える。各人は最大限2期間生存する。第1期の生存は確実であるが，第2期の生存は不確実であるとしよう。第2期の生存確率を p とする。なお，個々人は一定額の初期保有資産を有しており，第1期のはじめに第1期の消費と貯蓄を決定する。第2期に，もし生存していれば，第1期に行った貯蓄の元利合計で第2期の消費をまかなう。死亡している場合には使い残しの資産が発生する。第1期において，第2期に生存しているかそれとも死亡しているかはわからない。ただし，その確率だけを知っている状況を考える。

第1期，第2期の消費をそれぞれ，c_1，c_2と表すことにしよう。期待効用関数は次の式で与えられるものとしよう[1)]。

$$\mathrm{EU}=u(c_1)+p\beta u(c_2) \tag{1}$$

ここで，β は主観的割引因子を表す。また，$u(\ )$は各期の消費から発生す

る効用である。$u(\ )$は次の式で与えられるような，相対的危険回避度が一定の効用関数であるとする。

$$u(c)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-\gamma}c^{1-\gamma} & (\gamma>0,\ \gamma\neq 1)\\ \ln c & (\gamma=1)\end{cases} \tag{2}$$

ここで，γ は相対的危険回避度の尺度を表す。なお，この効用関数のもとでは，異時点間の代替の弾力性は$1/\gamma$ に等しい。

さて，初期保有資産を A で表そう。単純化のため，労働所得は存在しないものとする。個人は第１期に c_1の消費を行い，$A-c_1$を貯蓄する。第１期の生存は確実であるが，第２期の生存は不確実である。個人が第２期を迎えられる確率は p である。第２期に生存している場合の消費は次の式で与えられる。

$$c_2=(1+r)[A-c_1] \tag{3}$$

確率$1-p$ で個人は死亡するが，その場合には使い残しの資産（遺産）が発生する。死亡した場合，一人当たりの遺産は(3)式の c_2の大きさに等しい。したがって，一人当たり遺産の期待値（第２期で評価した金額）は，$(1-p)(1+\mathrm{r})[\mathrm{A}-c_1]$に等しくなる。

さて，(3)式を変形すると，

$$c_1+\frac{1}{1+r}c_2=A \tag{4}$$

が得られる。この式の c_2は，第２期に生存している場合に実現する消費額という意味であるが，(4)式の予算制約式は生存確率が１の場合の生涯の予算制約式と同じ形をしていることに注意しよう。

さて，(3)式を効用関数に代入し，効用最大化の条件を求めると次の通りになる。

$$u'(c_1)=p\beta(1+r)u'(c_2) \tag{5}$$

1) 正確に言えば，(1)式中の c_2は，第2期に生存している場合に実現する第２期の消費である。

この条件から，最適な消費経路を求めると次のとおりになる。

$$c_1=\left[1+\frac{(p\beta(1+r))^{1/\gamma}}{1+r}\right]^{-1}A \\ c_2=(p\beta(1+r))^{1/\gamma}c_1 \tag{6}$$

ここで，初期保有資産から第1期の消費に回す比率（消費性向）の逆数を θ で表そう。また，消費の成長率 $(c_2-c_1)/c_1$ を μ で表すことにしよう。このとき，次の関係式が成り立つ。

$$\theta=1+\frac{[p\beta(1+r)]^{1/\gamma}}{1+r}=1+\frac{1+\mu}{1+r} \\ 1+\mu=[p\beta(1+r)]^{1/\gamma} \tag{7}$$

(6)式と(7)式を(1)式に代入すると，生涯の期待効用は，初期保有資産 A，生存確率 p，利子率 r の関数として表すことが可能になる。この間接効用関数を A の関数とみて，$V(A)$ で表すと次の通りになる。

$$V(A)=\theta^{\gamma}\frac{A^{1-\gamma}}{1-\gamma} \tag{8}$$

2.2. 年金保険の存在

次に，年金保険が存在する場合を考える。通常の金融資産の利子率を r とする。保険会社に超過利潤が存在せず，保険が保険数理的にフェアーであれば，年金加入者が1単位年金保険に投資すれば，次の期に生存している場合，$(1+r)/p$ の給付を受け取ることができる[2)]。ここで p は生存確率である（保険会社は加入者の保険料1単位を運用して次の期に $1+r$ 単位を得る。それを生存している加入者のみに分配する）。$0<p<1$ なので，$1+r<(1+r)/p$ である。つまり，生存している場合の条件付収益率は，年金保険が他の金融資

2） 年金保険を1単位購入して，第2期に生存している場合に受け取れる給付を b としよう。第2期の生存確率を p とすると，第2期に受け取る給付の期待値の割引価値は $pb/(1+r)$ である。保険数理的にフェアーであるとは，給付の期待値の割引価値と保険料拠出額が等しいことである。この場合，$pb/(1+r)=1$ より，$b=(1+r)/p$ が成立する。

産の収益率を上回る。したがって，遺産動機の無い個人は，資産の全額を年金保険で運用しようとするだろう。

$A-c_1$は全額が年金保険で運用されるから，第２期に生存している場合の消費は次の式で与えられることになる。

$$c_2=\frac{1+r}{p}[A-c_1] \tag{9}$$

なお，第２期に死亡している場合には，年金保険からの給付はゼロである。したがって，この場合の使い残しの資産は存在しない。

(9)式を変形すると次の式が得られる。

$$c_1+p\frac{c_2}{1+r}=A \tag{10}$$

この式は消費の期待値の合計が初期保有資産に等しくなければならないことを主張している。一方，年金保険が存在しない場合の予算制約式(4)では，第２期にも生存した場合にも，消費の合計が初期保有資産を超えてはならないということを主張している。

さて，(9)式を期待効用関数に代入し，効用最大化の条件を求めると，次の通りになる。

$$u'(c_1)=\beta(1+r)u'(c_2) \tag{11}$$

これから，最適な消費経路を求めると次の通りになる。

$$\begin{aligned} c_1&=\left[1+\frac{[\beta(1+r)]^{1/\gamma}}{(1+r)p^{-1}}\right]^{-1}A \\ c_2&=[\beta(1+r)]^{1/\gamma}c_1 \end{aligned} \tag{12}$$

年金保険が存在する場合の，消費性向（初期保有資産からの第１期の消費に配分する割合）の逆数をθ'，消費の成長率をμ'とすると，次の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \theta'&=1+\frac{[\beta(1+r)]^{1/\gamma}}{(1+r)p^{-1}}=1+\frac{1+\mu'}{(1+r)p^{-1}} \\ 1+\mu'&=[\beta(1+r)]^{1/\gamma} \end{aligned} \tag{13}$$

(12)式，(13)式を期待効用関数に代入して，間接効用関数を求める。年金保険が存在する場合の間接効用関数を$W(A)$で表すことにすれば，それは次

の式で与えられる。

$$W(A)=(\theta')^{\gamma}\frac{A^{1-\gamma}}{1-\gamma} \tag{14}$$

2.3. 年金保険によるゲイン

(8)式と(14)式から，年金保険の存在による効用の変化を計算することができる。ここでは，年金保険の存在による効用の増分を等価変分の概念を用いて測ることにしよう。ここでは，次の m を用いて年金保険の存在による利益を測ることにしよう。

$$V((1+m)A)=W(A) \tag{15}$$

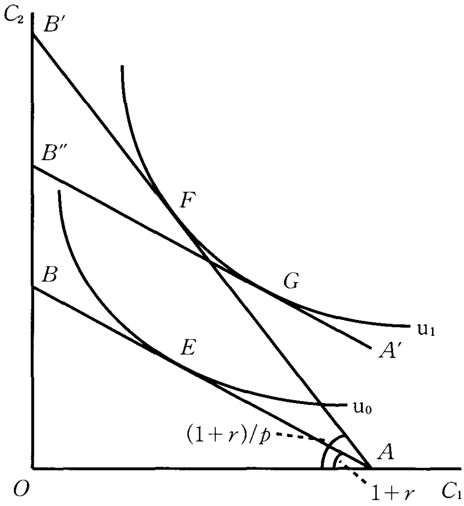
この式の $V(\ )$ は，年金保険の存在しない世界での間接効用関数で(8)式で与えられる。また，$W(\ )$ は年金保険の存在する世界での間接効用で(14)式で与えられる。(15)式の m は，年金制度の存在が，年金制度の無い世界で初期保有資産が何割増加したことと同等かを表しているのである。そして，この m をここでは，等価変分と呼ぶことにしよう。(8)式と(14)式を(15)式に代入すると，m は次の式で求められることがわかる。

$$1+m=\left[\frac{\theta'}{\theta}\right]^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \tag{16}$$

さて，年金保険の存在によって効用がどのように増加するかが図1に示されている。年金保険が存在しない場合，個人の直面する予算線は直線 AB で表される。この予算線の傾きは $(1+r)$ である。そして，その予算制約のもとで期待効用を最大にするように第1期の消費と貯蓄を決定する。その点が E 点であり，このときの効用は u_0 になる。

年金保険の存在は，個人の直面する予算線を AB' に変化させる。この予算線の傾きは $(1+r)/p$ である。そして，この場合の効用最大化は F 点で実現し，効用は u_1 に増加する。そして，この効用の増加は，予算線が AB から $A'B''$ に平行移動したことに等しい。予算線が $A'B''$ に平行移動したとすると，個人は点 G を選択し，点 F と等しい効用 u_1 が実現するからである。したがって，年金保険の存在は，初期保有資産額（ただし第2期で評価した金

図1　年金保険によるゲイン



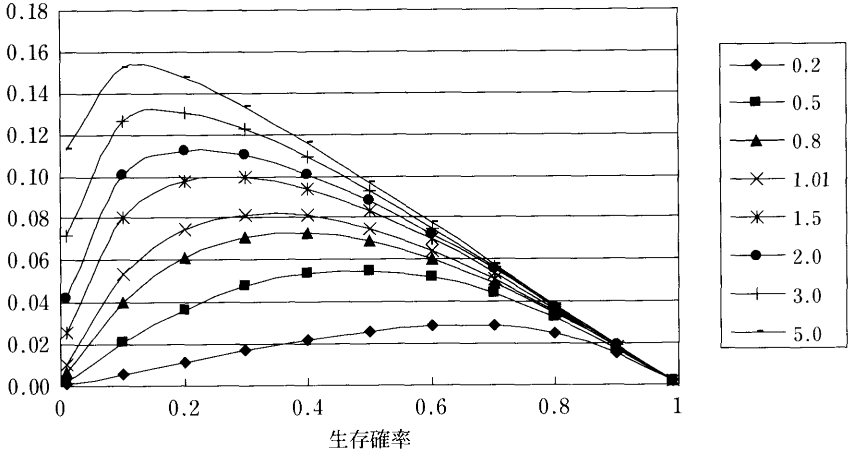
額：第1期で評価するためにはこれを(1+r)で割る必要がある）が OB から OB'' に増加したことと等しい。したがって，先ほど定義した等価変分 m は，グラフ上では，$(OB''-OB)/OB$ で表される。

さて，等価変分 m の大きさは，相対的危険回避度 γ，θ，θ' に依存する。θ，θ' は生存確率 p，効用関数のパラメータ（主観的割引因子）β，利子率 r，相対的危険回避度 γ に依存する。そこで，これらの値を与えて，等価変分の大きさを具体的に計算してみた。それが図2である。

計算にあたっては，この2期間モデルの1期間は現実の期間の30年に相当するものとしてパラメータを与えた。利子率は年率5％として，30年間の累積利子率の値を与えた（すなわち，r=332.2%）。また，$\beta=1/(1+0.05)^{30}=0.231$ とした。これは年あたりの時間選好率を5％としたことに等しい。初期保有資産を1.0とし，相対的危険回避度 γ については，0.2，0.5，0.8，1.01，1.5，2.0，3.0，5.0について計算した。

図から，次のことがわかる。

図2　年金保険のゲイン：等価変分



1. 相対的危険回避度が大きいほど（危険回避的であるほど），年金保険の存在による利益は大きくなる
2. 生存確率の低いところでは，生存確率の増加は等価変分を上昇させるが，生存確率がある程度以上高いところでは，生存確率の上昇は等価変分を減少させる
3. 相対的危険回避度を所与とすると，等価変分を最大にするような生存確率が存在する。それを p^* で表すと，p^* は相対的危険回避度の減少関数になっている

相対的危険回避度と等価変分の関係は，例えば生存確率が0.4のとき，相対的危険回避度が0.5のときの m は0.06に満たない。しかし，相対的危険回避度が1.01なら m は0.08程度，相対的危険回避度が2.0ならば $m=0.10$ 程度である。

2.4.　資本蓄積への影響

年金保険の存在は，一方で寿命の不確実性によるリスク（資産の使い残し

のリスク）をなくすが，他方で貯蓄を減少させ，資本ストックを減少させる[3]。この効果は，先ほどの年金保険のゲインを多少減殺する。

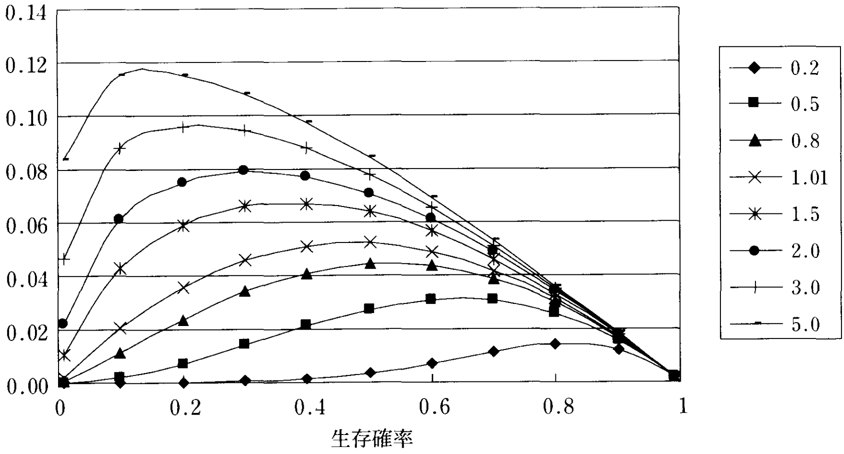
さて，先ほどの2期間モデルで年金保険の存在による資本蓄積への影響はどの程度だろうか。これをみるために，年金保険が存在しない場合の遺産の期待値を求めてみた。図3がその結果である。遺産は第2期に発生するが，ここでは第1期における割引価値でそれを表している。また，初期保有資産は1.0としている。さらに，利子率や主観的割引因子βの値は等価変分を求めたときと同様の想定である。そして，相対的危険回避度γの値が0.2から5.0の場合について，計算を行った。

図からわかるように，危険回避度が高いほど遺産が多く発生する。相対的危険回避度が高い場合には，生存確率がかなり低くても，生存した場合に貧しい消費生活を送るのを避けるために十分に資産を保有している。そして，そのために遺産が多く発生する。なお，遺産の期待値は，第1期の期末資産と死亡確率の積だから，死亡確率の上昇（生存確率の減少）は，期末資産が一定なら期待遺産を増加させる。グラフでは一定の範囲内で生存確率の減少が期待遺産を増加させているが，その理由が今述べたことである。ところが，生存確率が十分に低下すると，第2期に備えた貯蓄が減少するので，ある水準以下に生存確率が低下すると，その先は，生残確率が低下するほど期待遺産額が減少する。

さて，相対的危険回避度が1.5から2.0程度，生存確率が0.4程度だと，初期保有資産の7％から8％が使い残しの資産になる。かりに，年金保険の存在によって，この分だけ，経済全体の資本が減少したとしよう[4]。コブダグラス型生産関数を前提にすると，このことは近似的に，労働者の生涯所得を，資本水準と同額だけ減少させることに等しい[5]。したがって，資本蓄積の減少による効果は，初期保有資産の7％から8％の減少に等しい。ところが，

3) 賦課方式の公的年金制度が資本蓄積を阻害するという議論があるが，その議論と，ここでの議論を混同してはいけない。ここでの議論は，公的年金が積立方式で運営されていて，保険数理的にフェアーな年金だとした場合にも当てはまる議論である。

図3　遺産



4)　遺産を次の世代が相続すると，その資産効果が次の世代の消費，遺産に影響を与える。今，年金保険の存在しない経済と存在する経済で，当初の初期保有資産が等しかったとしよう。年金保険の存在しない経済では,遺産だけ次の世代の初期保有資産が増加する。年金保険の存在しない経済の最初の世代の初期保有資産を A_0，t 世代先の初期保有資産を A_t で表し，初期保有資産と遺産の比率を x とする（各世代の効用関数が等しく，利子率が一定ならば x は全ての世代で等しい)。A_t が遺産の増加を引き継ぐだけ変化するとすれば，$A_{t+1}=A_0+xA_t$ が成立する。この場合，定常状態の初期保有資産 A は $A=A_0/(1-x)$ となる。したがって，x が十分に小さければ，A は A_0 よりも x だけ大きくなる。$x=0.08$ でも，A は8.7%ほど A_0 に比べるて大きくなるだけである。したがって，本文の記述は近似としてほぼ正確である。

5)　労働者一人当たりの産出量を y，労働者一人当たりの資本を k で表すとき，生産関数が $y=k^{\alpha}$ で表される状況を考える。ここで，α は資本分配率を表す。このとき，労働者の生涯所得は，賃金を w，利子率を r とすると，w/r にほぼ等しい。競争的市場のもとでは，$w=(1-\alpha)k^{\alpha}$，$r=\alpha k^{\alpha-1}$ となるように賃金と利子率が決まるので，$w/r=k(1-\alpha)/\alpha$ が成立する。したがって，k の１%の変化は，生涯所得 w/r の１%の変化を引き起こす。

年金保険の存在が寿命の不確実性を除去することから発生する利益は初期保有資産の10%程度である（生存確率が0.4，相対的危険回避度が1.5から2.0のケース)。したがって，資本蓄積阻害による悪影響を考慮したとしても，年金保険の存在は利益をもたらすことがわかる。

2.5. 逆選択

年金保険が市場で提供されない場合，公的年金の存在は，以上の議論で明らかになったような利益をもたらす。市場で完全な年金保険が提供されない原因は，保険加入者の生存確率に関する加入者と保険会社の間の情報の非対称性に基づく市場の失敗に求められる。情報の非対称性が存在すると，逆選択やモラル・ハザードが生じると考えられる。この場合，逆選択の問題が特に重要である。逆選択の問題が深刻である場合には，保険市場自体が成立しない可能性がある。また，市場で年金保険が提供されたとしても，効率的な資源配分は実現しない。

自由な市場で逆選択による市場の失敗が生じる場合，政府が年金保険の保険への加入を強制することで，事態は改善するのである。

逆選択の影響について，明示的なモデルに基づいた分析は後の節で行う。また，そこでは，逆選択によって市場が失敗しているときに，公的年金制度を導入することで，異なる生存確率を持つ個人の効用がパレート改善される可能性があることを指摘する。

2.6. 家族によるリスクシェアリング

年金保険が存在しなくても，家族による共同消費は，不完全ながら年金保険の機能を提供する。Kotlikoff and Spivak (1981) は，夫婦による共同消費の利益が完全な年金保険の存在による利益のおよそ4割もあることを示した。夫婦もしくは家族が年金保険を不完全に代替しているなら，先に求めた，年金保険の存在による利益は過大に評価されていることになる。

夫婦間の共同消費がなぜ年金保険の代替になるのだろうか。その理由を簡単に説明しよう。今，夫と妻の第2期の生存確率は互いに独立で，pである

としよう。第2期に両者とも生存している確率は p^2，片方だけが生存している確率は $2p(1-p)$，両者とも死亡している確率は $(1-p)^2$ になる。一人で消費を行う場合には，その人が死亡して資産を使い残す確率は $1-p$ である。二人で共同消費している場合には，両者とも死亡して資産を使い残す確率は $(1-p)^2$ に低下する。これは，寿命の不確実性に伴う資産の使い残しリスクを減少させたことに等しい。

今の議論をもっと一般化しよう。今，N 人で共通の資産を管理して共同消費を行っている状況を考える。各人の生存確率は p で，互いに独立であるものとする。次の期には，何人か死亡し，何人かが生存している。そして，生存者全員で資産を分け合うのである。次の期に k 人が生存している確率は次の式で与えられる。

$$ {}_N C_k p^k (1-p)^{N-k} $$

また，k の期待値と分散は次の通りになる。

$$ \mathrm{E}[k] = Np $$

$$ \mathrm{Var}[k] = Np(1-p) $$

さらに，全員のうち何人が生存しているか，すなわち k/N の期待値と分散は次の通りになる。

$$ \mathrm{E}\left[\frac{k}{N}\right] = p $$

$$ \mathrm{Var}\left[\frac{k}{N}\right] = \frac{p(1-p)}{N} $$

したがって，N が限りなく大きくすれば分散は限りなくゼロに近づき，k/N の分布は p に収束していく（大数の法則）。つまり，N が十分大きくなると，集団全体では生存者の比率に関してはほとんど不確実性が存在しなくなる。これが保険の原理に他ならない。結局，Kotlikoff and Spivak の議論は，N が比較的小さくても，保険の機能がある程度は提供されることを示したものなのである。

2.7. 多期間モデルへの拡張

ここでは前の節のモデルを多期間に拡張する。生涯の長さが不確実である状況を考える。なお，複雑になるのを避けるために，生涯利用可能な資産は生涯の初期に確定している状況を考え，労働所得を考えない。労働所得の現実的な経路を考慮すると，個人の生存に不確実性がある状況では，労働所得はその年齢時点まで生存して実現するものだから，その意味で個人の利用可能な資産額に不確実性が発生することになる。ここでは，純粋に年金保険の効果を抽出するために，初期保有資産が確定していて，労働所得が存在しないという前提のもとで分析を行う。

以下では，まず，年金保険が利用可能でない場合の消費経路と期待効用を求める。次に，年金保険が利用可能な場合の消費経路と効用を求める。これから，年金保険が利用可能であることによる効用のゲインの大きさを求めることができる。

個人の生涯の長さが不確実である状況を考える。P_tを t 歳時（期首）の生存確率とし，個人は最大限 T 歳まで生存するものとする。個人の生涯期待効用は次の式で与えられる。

$$EU=\sum_{t=0}^{T}P_t\beta^t u(c_t) \tag{17}$$

ここで，β は主観的割引因子，$u(c_t)$は t 歳時の消費から得られる効用を表す。また，生存確率については，$P_0(=1)\geq P_1\geq P_2\geq\cdots\geq P_T\geq 0$が成り立っていなければならない。個人は，時点 t の期首に生存していれば，時点 t の期間中は確実に生存するものとしよう。また，$u(c_t)$は各時点からの消費から得る効用を表す。この関数は相対的危険回避度が一定の γ をとる関数で，２期間モデルと同じ関数型をとるものとしよう。すなわち，(2)式で与えられる。

t 歳時の期首の資産を A_tで表すことにしよう。初期資産 A_0は与えられているとし，労働所得はゼロとする。このとき，資産蓄積方程式は次の式で与えられる。

$$A_{t+1}=(1+r)[A_t-c_t] \tag{18}$$

ただし，$A_t \geq 0$でなければならない。また，個人の生存期間は最大で T 歳までと仮定されているので，T 歳時点で生存している場合には，その時点で資産を使い尽くさなければならない。つまり，$A_{T+1}=0$が成立する。このことを用いると，次の式が導かれる。

$$\sum_{t=0}^{T}\frac{c_t}{(1+r)^t}=A_0 \tag{19}$$

これが生涯の予算制約式である。この式は，T 歳まで生存するときにちょうど資産を使い切ることを意味している。逆に言えば，T 歳より前に死亡すれば（普通はそうであろう），資産の使い残しが発生する。

さて，個人は，(19)式の制約のもとで(17)式を最大にするように消費経路を決定する。最適化の一階の条件は次の式で与えられる。

$$P_t\beta^t u'(c_t)=\lambda\frac{1}{(1+r)^t} \tag{20}$$

ここで，λ はラグランジュ乗数である。これより，$t=0,1,2,\ldots,T-1$について

$$c_{t+1}=[\beta(1+r)P_{t+1}/P_t]^{1/\gamma}c_t \tag{21}$$

が成立することがわかる。(21)式を生涯の予算制約式に代入すると，0 歳時の消費の水準が求められる。それは，次の式で与えられる。

$$c_0=\left[\sum_{s=0}^{T}\frac{1}{(1+r)^s}[\beta(1+r)]^{\frac{s}{\gamma}}(P_s/P_0)^{\frac{1}{\gamma}}\right]^{-1}A_0 \tag{22}$$

(21)式，(22)式が最適な消費経路を表す。そして，その場合の保有資産の経路は，最適な消費経路を(18)式に代入することから求められる。なお，t 歳時の消費を t 歳時の保有資産の関数として表すと次の通りになる。

$$c_t=\frac{1}{\theta_t}A_t \tag{23}$$

ここで，θ_tは時点 t の保有資産からの消費性向の逆数で，次の式で表される。

$$\theta_t=\sum_{s=t}^{T}\frac{1}{(1+r)^{s-t}}[\beta(1+r)]^{\frac{s-t}{\gamma}}(P_s/P_t)^{\frac{1}{\gamma}} \tag{24}$$

さて，年金保険が存在しない場合，個人は長生きする可能性を考慮して，

T 歳に到達する以前に資産を使いきろうとはしない。逆に言えば，T 歳に到達する前に死亡する個人は資産を使い残す。使い残しの資産の割引価値の期待値を B とすれば，B は次の式で与えられる。

$$B=\sum_{t=0}^{T}\frac{1}{(1+r)^t}\left[1-\frac{P_{t+1}}{P_t}\right]A_{t+1} \tag{25}$$

ここで，$(1-P_{t+1}/P_t)$は，t 歳時に生存していて $t+1$歳の期首に死亡する確率である。

次に，年金保険が利用可能な場合の消費経路を求めよう。ここでも初期保有資産が与えられており，労働所得が存在しない状況を考える。年金保険は，各時点に保険料を支払い，次の期に生存していれば給付を受け取り，死亡していれば給付は 0 であるような単純な保険を考えよう。そして，この年金保険は保険数理的にフェアーなものであるとする。したがって，1 単位の保険料支払いに対し，生存している場合に受け取る給付は$(1+r)/p$ になる。ところで，通常の金融資産で 1 単位の資産を運用した場合には，生存・非生存に関わらず次の期に受け取る金額は$1+r$ である。$p<1$のとき，必ず$(1+r)/p>1+r$ が成り立つから，生存している場合の条件つき収益率は年金保険が他の金融資産の収益率を上回ることを意味する。また $p=1$の場合でも，年金保険の生存条件付収益率は他の金融資産と等しい。したがって，個人が自分の消費だけに関心がある場合（遺族の消費に関心が無い場合），資産の全額は年金保険で運用されることになる。

さて，ここで考えている効用関数は，自分の消費からのみ効用を得るという定式化である。したがって，このような効用関数を持つ個人は資産を全額，年金保険で運用する。時点 t の期首において個人が生存している確率は P_t で表すと，時点 t に生存している場合に次の期にも生存している条件付確率は P_{t+1}/P_tで与えられる。したがって，時点 t において 1 単位年金保険を購入すると，次の期に生存している場合の給付は，$(1+r)/[P_{t+1}/P_t]$に等しい。したがって，（時点 $t+1$に生存している場合の）資産の蓄積方程式は次の通りになる($t=0,1,2,\ldots T$)。

$$A_{t+1}=\frac{1+r}{(P_{t+1}/P_t)}[A_t-c_t] \tag{26}$$

なお，個人の最大限生存可能な期間は T だから，$A_{T+1}=0$が成り立たなければならない。これを用いると，

$$\sum_{t=0}^{T}\frac{[P_t/P_0]c_t}{(1+r)^t}=A_0 \tag{27}$$

が得られる。これは，年金保険が存在する場合の生涯の予算制約式だと解釈できる。この式は，消費の期待値の割引価値の合計が初期保有資産A_0に等しくなければならないことを主張している。一方，年金保険が存在しない場合の生涯の予算制約は，(19)式である。この式は，T 歳まで生存する場合でも予算制約を満たしていなければならないことを主張している。一方，(27)式は期待値で予算制約が満たされれば良いだけなので，これは，予算制約が年金保険の存在しない場合に比べて緩いことを意味している。

さて，消費者は予算制約のもとで効用を最大にするように消費経路を選択する。このための一階の条件は次の式で与えられる。

$$P_t\beta^t u'(c_t)=\lambda(P_t/P_0)\frac{1}{(1+r)^t} \tag{28}$$

この式から，消費の増加率の方程式が導かれる。

$$c_{t+1}=[\beta(1+r)]^{1/\gamma}c_t \tag{29}$$

この式を(27)式に代入すると，時点0の消費水準が求まる。

$$c_0=\left[\sum_{t=0}^{T}\frac{1}{(1+r)^t}[\beta(1+r)]^{t/\gamma}(P_t/P_0)\right]^{-1}A_0 \tag{30}$$

(29)式，(30)式が最適な消費経路を与える。なお，時点 t に保有している資産と，その時点の消費の関係を求めておくと次の通りになる。

$$c_t=\frac{1}{\theta'_t}A_t \tag{31}$$

$$\theta'_t=\sum_{s=t}^{T}\frac{1}{(1+r)^{s-t}}[\beta(1+r)]^{\frac{s-t}{\gamma}}(P_s/P_t) \tag{32}$$

各時点の消費関数が求められたので，これを効用関数に代入すると，生涯

の期待効用は，初期保有資産，利子率，主観的割引率，生残確率，相対的危険回避度の関数として表すことが可能になる。また，t 歳時に生存している場合，その時点から将来にかけての期待効用は，やはり t 歳時に保有している資産，利子率，主観的割引率，生残確率，相対的危険回避度の関数になる。この間接効用関数を，特にその時点の保有資産の関数として表した場合の関数を value　function と呼ぶことにしよう。年金保険の無い場合の value function を $V_t(A_t)$，年金保険が利用可能な場合のそれを $W_t(A_t)$ と表すことにする。それらは次の式で与えられる。

$$V_t(A_t)=\frac{\theta_t^{\gamma}A_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \tag{33}$$

$$W(A_t)=\frac{(\theta')^{\gamma}A_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \tag{34}$$

さらに，2期間モデルで求めたように，年金保険の存在による利益を等価変分で表してみよう。

$$V_t((1+m_t)A_t)=W(A_t) \tag{35}$$

m_tは，年金保険が利用可能になることは，年金保険が利用可能でない場合に初期保有資産を何割増加させるのと同等かを表す。つまり，m_tは等価変分を表す。なお，ここで考えている効用関数の場合，間接効用関数の性質から，m_tは次の式で求めることができる。

$$1+m_t=\left[\frac{\theta_t'}{\theta_t}\right]^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \tag{36}$$

以上，2期間モデルでの結果が多期間モデルにおいても成立することが確かめられた。なお，以上のモデルをもう少し現実的にするためには，次のような拡張が考えられる。これらについては今後の課題としたい。

- 遺産動機がある場合
- 固定流列の年金
- 家族によるリスクシェアリング

3．情報の非対称性と市場の失敗

生存確率が年金保険の被保険者の私的情報である場合，逆選択やモラル・ハザードという市場の失敗が発生する。年金保険市場における逆選択とは，保険加入者が保険会社よりも自らの生存確率に関して情報上の優位性をもっていると，保険会社が生存確率の高い加入者と生存確率の低い加入者を見分けることが困難になることを通じて，効率的な資源配分が実現しなくなる状況である。最悪の場合には，保険市場そのものが成立しない状況もありうる。また，保険におけるモラル・ハザードの問題とは，保険の存在によって，保険加入者が保険が存在しなかった場合に比べ，事故の発生を気にかけなくなることである。これは，保険会社が保険加入者の行動を完全にモニターできないことから生じる。なお，年金保険におけるモラル・ハザードとは，年金保険の存在によって加入者の生存確率が上昇することである。つまり，より一層健康に注意を配るようになって，長生きすることである。ただし，モラル・ハザードの問題が，年金保険の場合にどの程度重要かは，現在のところまだよくわかっていない。

さて，以下では，年金保険市場の逆選択の問題をとりあげる。生存確率の異なる二つのグループが存在するときに，生存確率が加入者に私的情報である場合に，市場均衡がどのような性質を持つのかを分析する。

3.1．パレート効率性の条件

2期間からなるモデルを考える。第1期は確実に生存するが，第2期の生存は不確実である。第2期の生存確率の違う2種類のタイプの個人が存在するとしよう。タイプAの個人の生存確率をp_A，タイプBの個人の生存確率はp_Bで表すことにしよう。そして，$p_A<p_B$が成り立つものとする。なお，経済全体では第2期における生存者数の不確実性は存在しない。すなわち，経済全体ではタイプiの個人は第2期において$p_i(i=A, B)$の割合が確率1で生き残るものとする。また，全ての個人は等しい初期保有資産wを持つものとする。さらに，第1期におけるタイプiの個人の人数をN_iで表すこ

とにしよう($i=A$, B)。

さて，タイプ i の個人の期待効用関数は次の式で与えられるものとしよう。

$$EU^i=u(c_1^i)+p_i\beta u(c_2^i) \tag{37}$$

ここで c_1^i, c_2^i はタイプ i の個人の第１期の消費，および第２期の消費を表す。また，β は主観的割引率である。

最初に非対称情報の問題が無い世界を考えよう。それぞれのタイプの個人にそれぞれの生存確率が反映された年金保険が提供される経済を考える。すでに2.で説明したように，通常の金融資産の収益率を r とすると，タイプ $i(i=A, B)$ の個人が１単位の年金保険を購入すると，第２期に生存している場合には $(1+r)/p_i$ の給付を受け取ることができる。したがって，タイプ $i(i=A, B)$ の個人の予算制約式は次の通りになる。

$$c_1^i+\frac{c_2^i}{(1+r)/p_i}=w \tag{38}$$

効用最大化の１階の条件は次の通りになる。

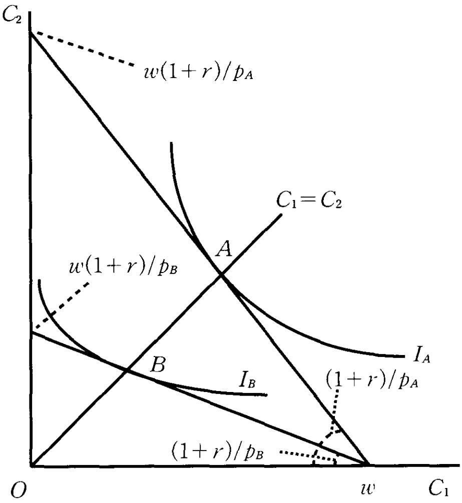
$$\frac{u'(c_1^i)}{\beta u'(c_2^i)}=1+r \tag{39}$$

特に，$\beta(1+r)=1$ のとき，(39)式は，$u'(c_1^i)=u'(c_2^i)$ を意味する。つまり，$c_1^i=c_2^i$ が成立する。

年金保険が存在する世界での資源配分はパレート効率的な資源配分である。$\beta(1+r)=1$ のときの最適な消費および年金保険の購入量の決定の様子が図４に示されている。予算制約式である(38)式からわかるように，タイプ i の個人の予算線の傾きは $(1+r)/p_i$ である。$p_A<p_B$ と仮定したから，$(1+r)/p_B<(1+r)/p_A$ が成り立つ。したがって，生存確率の高いタイプＢの個人の予算線の傾きは，生存確率の低いタイプＡの個人の予算線の傾きよりも小さくなる。また，$\beta(1+r)=1$ のとき，最適な消費は $c_1^i=c_2^i$ であるから，最適な消費はそれぞれのタイプの予算線と直線 $C_1=C_2$ の交点で与えられる。タイプＡの個人の最適点は点Ａで，タイプＢの個人の最適点は点Ｂで与えられている。

年金保険が存在しなければ，各タイプの個人は，

図4　パレート効率的な資源配分



$$\frac{u'(c_1^i)}{p_i\beta u'(c_2^i)}=1+r$$

を満たすように消費の決定を行う。ここで左辺は第1期と第2期の消費の限界代替率を表す。右辺は市場での代替率（限界変形率）である。$\beta(1+r)=1$のとき，上の最適化の条件は$u'(c_1^i)=p_i u'(c_2^i)$である。$p_A<p_B$のとき，これは$u'(c_1^A)/u'(c_2^A)<u'(c_1^B)/u'(c_2^B)$を意味するから，$c_1^A/c_2^A>c_1^B/c_2^B$が成立する。つまり，年金保険が存在しない場合，生存確率の低い個人（タイプA）はそうでない個人（タイプB）に比べて，第1期の消費をより重視するように異時点間の消費を配分するのである。しかし，年金保険が存在する場合には，このようなことが起こらない。これが，(39)式の意味である。

さて，図において，タイプAの個人の最適な保険購入量は，C_1軸の切片と点Aの水平方向の距離の差で表される。タイプBの個人の最適な保険の購入量も同様に，点BとC_1軸の切片の水平方向の距離の差で表される。図では，生存確率の高いタイプBの個人の方がより多くの年金保険を購入し

ていることがわかる（より多くの貯蓄をしている)。この理由は，生存確率の高い個人を対象にした年金保険の収益率は，生存確率の低い個人対象の年金保険のそれに比べて低いという所得効果によるところが大きい（すなわち，消費が抑制される)。

3.2. 情報の非対称性

異なる生存確率を持つ個人がいても，保険会社がそれを識別可能ならば，それぞれのリスクに応じた保険契約を提供することができる。しかし，生存確率が，個々人の私的情報であり，保険会社がそれを知らない場合には，前の節で述べたような，パレート効率的な資源配分は実現しない。この節では，生存確率に関する情報の非対称性が存在する場合に成立する市場均衡について説明しよう。

Rothchild and Stiglitz (1976) および Wilson (1977) は，事故確率が私的情報である場合に市場で実現する保険契約の性質について分析を行った。また，Eckstein, Eichenbaum and Peled (1985) は，それらの分析を年金保険に適用し，グラフを用いた直感的な説明を与えている。以下では，Eckstein, Eichenbaum and Peled (1985) の論文に依拠して，情報の非対称性が市場均衡に与える影響を説明する。

以下では，次のような状況を考える。まず，保険会社は，加入者一人当たりの保険の購入量を s，その保険の約束する収益率は ρ とする保険契約を提示する。この契約は，加入者が s の保険を購入すると，次の期に加入者が生存していれば $s(1+\rho)$ が支払われ，死亡していれば何も支払われないような契約である。このような契約を契約 (s, ρ) と呼ぶことにしよう。契約 (s, ρ) が保険会社から提示されると，個々人はそれを購入するかどうかを決定する。なお，ここでは，同じ ρ を約束するものであっても，提示される s が異なれば，それは異なる契約であると考えよう。

さて，市場均衡が存在する場合，プーリング均衡（pooling equilibrium）と分離均衡（separating equilibrium）を区別する必要がある。プーリング均衡は，生存確率の高いグループも低いグループも同じ保険契約を購入する

均衡である。すなわち，同じ契約(s, ρ)を購入する。一方，分離均衡は，二つのグループがそれぞれ異なる保険を購入する均衡である。つまり，グループ$i(=A, B)$の購入する保険契約を(s_i, ρ_i)で表すと，$s_A \neq s_B$であるか，$\rho_A \neq \rho_B$であるかのどちらかが成立する均衡である。なお，以下で述べる均衡の性質から，分離均衡では$\rho_A \neq \rho_B$でなければならない6)。

結局，分離均衡ではそれぞれのグループはそれぞれの生存確率の違いに応じて異なる収益率の年金保険が提供される。ただし，保険会社は事前に加入者の生存確率を知っているわけではない。加入者の行動を観察することから（購入する保険のρとsを観察することから）判断するのである。リスクの低いグループ（年金保険の場合には生存確率が小さく，期待給付額の小さなグループ）は，自分たちはリスクの高いグループではないことを行動をもって保険会社に示さなければならない。このため，分離均衡もまた，完全な保険が存在する場合に比べて，非効率的であることが以下では示される。

さて，分離均衡であれ，プーリング均衡であれ，次のような条件のもとで，それぞれのリスク・クラスの保険加入者の効用が最大化されていなければならない。

---

6) 分離均衡で$\rho_A = \rho_B$が成立しているとすれば，$s_A \neq s_B$でなければならない。$s_A = s_B$ならば，プーリング均衡になってしまうからである。そこで，$\rho_A = \rho_B$，$s_A \neq s_B$であるような保険契約が存在していたとしよう（実際には，両グループの無差別曲線の性質から同一のρを約束する年金契約は，$s_A < s_B$でなければならない）。このとき，保険会社は二つのグループを保険の購入量から識別できることになる。もし，両方の保険を一括して提供しているときに，保険会社の利潤がゼロ（超過利潤が存在しない）ならば，それは，生存確率の低いグループAに提供する保険契約は保険会社に正の利潤をもたらすが，生存確率の高いグループBに提供する保険契約は保険会社に損失をもたらすことになる。このことを保険会社が知れば，損失をもたらす契約の提示を中止するだろう。一方，グループAに対する保険契約はプラスの利潤をもたらすので，より高いρを約束する契約を提示する保険会社に顧客は引き寄せられる。結局，$\rho_A = \rho_B$，$s_A \neq s_B$であるような保険契約は維持できないので，このような契約は均衡ではない。

1．均衡点における保険会社の利潤は負ではない。
2．均衡点に属さない保険契約（それが提供されたとして）は，保険会社に非負の利潤をもたらさない。

プーリング均衡と分離均衡のどちらが実現するか（どちらも実現しない場合もある）は，個人や保険会社の行動の前提に依存する。一般に，ある経済主体の行動の変化（新しい保険契約を提示するなど）は，他の経済主体の行動の変化を誘発する。Rothchild and Stiglitz の均衡は，他の経済主体の行動を所与として経済主体は意思決定を行うという前提のもとで成り立つ均衡である。一方，Wilson の均衡は，自分の行動が他の経済主体の行動の変化を誘発することを織り込んだ上で，その経済主体は意思決定を行うという前提の上で成り立つ均衡である。Rothchild and Stiglitz (1976) は，均衡が存在するならば，それは分離均衡でなければならないことを示した。しかし，Wilson のモデルでは，プーリング均衡も存在する可能性が示された。以下では，プーリング均衡，分離均衡の概念をグラフを用いて説明し，Rothchild and Stiglitz の均衡は分離均衡で無ければならないことを示す。また，Wilson のモデルでは，プーリング均衡も可能であることをごく簡単に説明する。その上で，情報の非対称性がもたらす資源配分の非効率性を説明しよう。そして，最後に，このような世界に公的年金が導入されると，個人の効用が増加する可能性（全てのケースでパレート改善が生じるわけではない）が示される。つまり，公的年金制度は，情報の非対称性に伴う資源配分の非効率性を改善するという意味で意義があるという議論が展開される。

A）プーリング均衡

プーリング均衡においては，タイプ A の個人（生存確率が低い）もタイプ B の個人（生存確率が高い）も同額だけの保険の購入をする。それぞれの生存確率は私的情報であるため，保険会社には区別ができない。そして，保険会社の利潤ゼロの条件から，プーリング均衡の年金保険の収益率は，両方の

タイプ生存確率の加重平均となる。

今，タイプAの人数をN_A，タイプBの人数をN_Bで表そう（どちらも第1期における人数)。各人は，第1期において1単位の保険を購入し，第2期に生存している場合には$1+R$の給付を受け取るとしよう。このRがプーリング均衡における年金の収益率になる。保険会社の利潤がゼロである条件から，このRを最初に求めておこう。

まず，第2期において生存している個人の人数は，タイプAがp_AN_A，タイプBがp_BN_Bであるから，保険会社の給付の支払いは$(1+R)(p_AN_A+p_BN_B)$に等しい。また，第1期における保険購入額は(N_A+N_B)であり，その第2期における価値は$(1+r)(N_A+N_B)$である。したがって，利潤ゼロの条件は，$(1+R)(p_AN_A+p_BN_B)=(1+r)(N_A+N_B)$である。これより，

$$1+R=\frac{(1+r)(N_A+N_B)}{p_AN_A+p_BN_B} \tag{40}$$

が得られる。N_AやN_Bがゼロより大きいとき，$(1+r)/p_B<1+R<(1+r)/p_A$が成立する。

さて，プーリング均衡においては，タイプAの個人もタイプBの個人も同じ消費の組み合わせを選択することになる。この場合の，それぞれのタイプの個人の限界代替率は

$$MRS^i=\frac{u'(c_1^i)}{p_i\beta u'(c_2^i)}$$

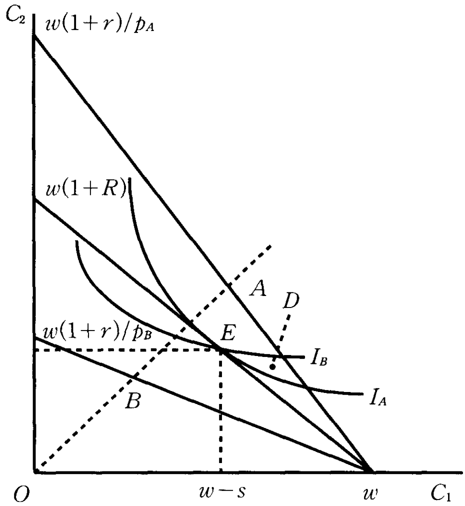
で与えられる。$c_j^A=c_j^B(j=1,\ 2)$，$p_A<p_B$であるから，

$$MRS^A>MRS^B$$

が成り立たなければならない。つまり，プーリング均衡においては，生存確率の低い（保険会社にとっとは事故確率の低い）個人Aの無差別曲線の接線の傾きは，生存確率の高い（保険会社にとっては事故確率の高い）個人Bの無差別曲線の接線の傾きより大きいことがわかる。

タイプAもタイプBの個人も初期保有資産はwで等しいと仮定しよう。図5をみてみよう。まず，パレート効率的な資源配分はタイプAの個人については，傾きが$(1+r)/p_A$の予算線上で，$c_1=c_2$が成立する点で与えられ

図５　プーリング均衡



る（$c_1=c_2$は完全な年金保険のある状況で，$\beta(1+\mathrm{r})=1$が成立する場合の効用最大化の条件であった）。また，タイプＢの個人については，傾きが$(1+r)/p_B$の予算線上で$c_1=c_2$が成立する点で実現する。つまり，A 点と B 点が効率的な資源配分を表す点である。さて，プーリング均衡となりうる点は，図の E 点である。まず，プーリング均衡であるから，年金の収益率は，先ほど示した R に等しくなければならない。その場合の予算線が図中の真ん中の予算線である（傾きが$1+R$）。

E 点は，傾き（$1+R$）の予算線とタイプＡの個人の無差別曲線が接している点である。つまり，年金の収益率が R の場合に，タイプＡ（生存確率が低い：保険会社にとっては事故確率が低い）の個人の効用が最大化されている。そして，そのもとでタイプＢの個人の効用は最大になっている。なお，先ほど示したように，タイプＡの個人とタイプＢの個人が同じ消費の組み合わせを選択する場合には，タイプＡの個人の限界代替率の方がタイプＢのそれを上回る。したがって，E 点におけるタイプＢの個人の無差別曲線の傾きはタイプＡのそれより緩やかである。したがって，E 点においては，

タイプ B の個人の限界代替率は必ず$1+R$より小さくなくてはならない（タイプ B の個人の無差別曲線の接線の傾きは予算線の傾きより緩やかである)。

E 点が均衡の候補である理由は次の通りである。まず，予算線上で E 点よりも右側の部分の保険契約が提示されたとしよう。この点は，保険会社の利潤はゼロだが，両方のタイプの個人はより多くの保険を購入することで，両者とも効用が増加する。したがって，そのような契約は均衡ではない。また，予算線上で E 点よりも左側で，しかもタイプ B の個人の効用が最大化される点よりも右側の点を考えよう。その点は均衡ではありえない。その点よりもわずかに右側の点を保険会社が提示すれば，タイプ A の効用は増加し，タイプ B の効用は減少する。したがって，そのような契約の提示は，タイプ A の個人のみをひきつけ，保険会社に超過利潤をもたらす。さらに，タイプ B の個人の効用が最大化されている点よりも予算線上の左側の部分では，保険の購入を減らす新しい契約を提示すれば，両方のタイプの個人の効用が増加するから，そのような点も均衡ではありえない。したがって，プーリング均衡の候補は E 点になる。

パレート効率的な資源配分と E 点を比べると，タイプ B の個人の効用は増加しているが，タイプ A の個人の効用は減少している。これは，プーリング均衡においては，（保険会社にとって）事故確率の低いタイプ A のグループから事故確率の高いタイプ B のグループへの所得移転が発生しているからである。言い換えると，事故確率の高い（生存確率の高い）グループが事故確率の低いグループに負の外部性を与えているとも解釈できる。

実は，Rothchild and Stiglitz のモデルでは，プーリング均衡は存在しない。このことをみるために，プーリング均衡の候補である E 点が実現していたとしよう。そこに，ある保険会社が D 点で表される保険契約を提示したとする。D 点で表される年金保険の収益率は E 点のそれよりも高いが，保険の量そのものは E 点よりも少ない。D 点で表される契約を購入すると，タイプ A の個人の効用は E 点の場合よりも増加するが，タイプ B の個人の効用は低下する。したがって，D 点が提示されれば，タイプ A の個人のみが購入する。そして，これを提示した保険会社には，（タイプ B の個人が保険

を購入しないので）正の利潤が発生する。したがって，E 点は均衡ではありえないのである。

ただし，Wilson の均衡概念では，E 点はプーリング均衡になりうる。このことを説明するためには，次の分離均衡を説明する必要がある。そこで，分離均衡の説明をした後に，このことを説明することにしよう。

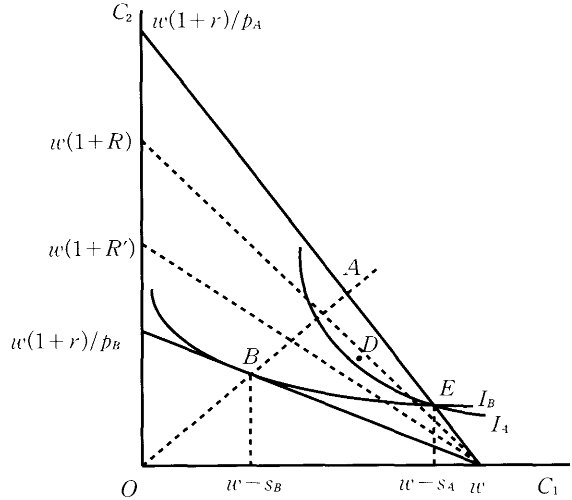
B）分離均衡

分離均衡では，二つのグループは異なる保険契約を購入する。図6において，生存確率の高いグループBは B 点を選択し，生存確率の低いグループAは E 点を選択することが分離均衡になる。B 点は，傾きが $(1+r)/p_B$ の予算線（すなわちグループBの生存確率を反映した保険を購入する場合に直面する予算線）上で最も効用が高くなる点である。一方，グループAの選択する点 E は，点 B を通るグループBの無差別曲線が傾きが $(1+r)/p_A$ の予算線に交わる点である。グループAの効用は，効率的な点である点 A に比べて明らかに低い。

点 E は，グループBがAと同じ保険契約をしないという制約のもとで，グループAの効用を最大にするような点である。もし，グループAが予算線上で E 点よりも左側の点（収益率は $(1+r)/p_A$ だが，保険の購入量 s が E 点よりも多い契約）を選択するならば，グループBにとってはグループAと同じ保険を購することが点 B を選択するよりも効用が高くなる。したがって，グループBが点 B から離脱しないようにするためには，グループAは予算線上で E 点より右側の点を選ばなければならない。結局，グループBがグループAのふりをする行動を防ぐという制約のもとでグループAの効用を最大にする点は E 点でなければならない。

さて，分離均衡が存在するとすれば，それは B 点と E 点の組み合わせでなければならないことが示された。しかし，この均衡が存在しないケースもありうる。当初，B 点と E 点の組み合わせが実現していたとしてみよう。そこに点 D で表される契約が新たに提示されたとしよう。点 D の契約は，グループAにとっては点 E よりも高い効用をもたらす契約である。また，

図6　分離均衡



グループＢにとっても点 D は点 B よりも高い効用をもたらす。したがって，両方のグループとも，点 D の契約に乗り換えようとする。両方のグループが等しい保険を買う場合，保険会社の利潤がゼロになる契約を表す直線よりも点 D が下方に位置すれば，点 D は保険会社にゼロ以上の利潤をもたらす。したがって，点 D の契約が B 点と E 点の組み合わせに優越し，分離均衡は存在しなくなる。これは，両者に同一の収益率を約束する年金保険の収益率が図の R の場合にそうなる。しかし，両者に同一の収益率を約束する場合に保険会社に利潤ゼロをもたらす年金の収益率が R' であれば，点 D の契約は，保険会社に損失を与えるから，このような契約は提示されない。したがって，この場合には，B 点と E 点の組み合わせは均衡になる。

さて，分離均衡が存在する場合，保険会社にとって事故確率の低い（生存確率の低い）グループＡにはわずかな量の保険しか提供されず，そのため，効率的な資源配分が実現する場合に比べて，かなり低い効用にとどまっている。一方，事故確率の高いグループＢは，グループＢ独自の生存確率にもとづいた保険が提供され，その状況のもとで効用は最大化されている。この

場合，情報の非対称性は，事故確率の低いグループに大きな負担をもたらすのである。

C）Wilson の均衡

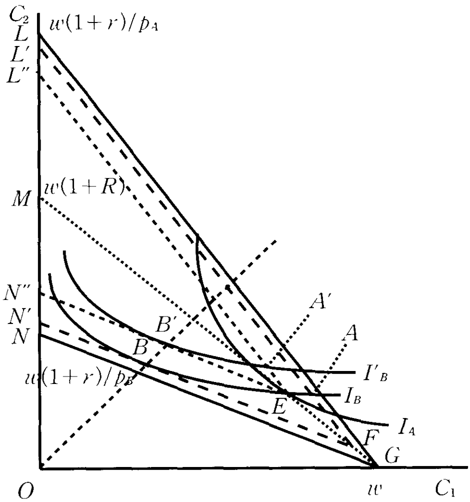
さて，Rothchild and Stiglitz の均衡概念では，プーリング均衡は存在しなかった。しかし，Wilson の均衡概念では，プーリング均衡は存在しうる。もう一度，図5をみてみよう。E 点はプーリング均衡の候補である。当初，E 点が実現していて，そこに D 点で表される新たな契約が提示されたとしよう。Rothchild and Stiglitz のモデルでは，グループＡのみがこの保険を購入し，グループＢは保険を購入しないとした。しかし，グループＡのみこの保険を購入し，グループＢがこの保険を購入しないとすれば，E 点にはグループＢのみが残ることになり，その場合，E 点を提示する保険会社の利潤は負になってしまう。したがって，E 点は維持できない。このことをグループＢの個人が理解していれば，E 点よりも効用が低下するが B 点よりもましな点 D の保険を購入するだろう。そして，このように加入者が行動すれば D 点の契約を提示した保険会社の利潤はマイナスになる。したがって，以上のような一連の経過を保険会社が予測すれば，保険会社は点 D を提示しない。この場合，E 点は，プーリング均衡なのである。

3.3. 公的年金の役割

情報の非対称性のため，分離均衡またはプーリング均衡が実現している時，公的年金の導入が事態を改善する場合がある。ここで，公的年金は，グループＡとＢに同一の s と ρ を強制するものである。公的年金の収益率 ρ は両グループの年金収益率の加重平均 R（(40)式で定義されている）になる。以下では，公的年金が導入されると，両グループの効用は，当初のプーリング均衡で実現していた場合の効用よりも高くなることを示そう。

図7をみてみよう。当初，プーリング均衡 E 点が実現していたとしよう。ここに F 点で表される公的年金が導入されたとする。公的年金の収益率は，プーリング均衡の年金の収益率と等しいので，F 点は直線 GM 上にある。

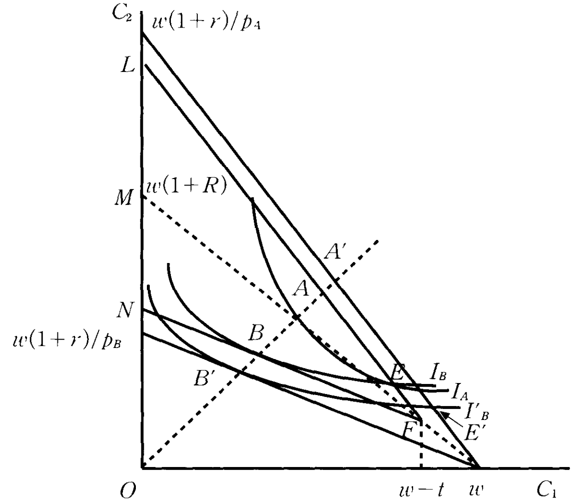
図7　公的年金：プーリング均衡からのパレート改善



公的年金の導入は，個人の所得の経路を変化させる。当初の所得（利子所得は除く）は，（w，0）で表されていた。公的年金の保険料を t とすると，公的年金の導入は，所得の経路を$(w-t,\ t(1+R))$に変化させる。

さて，F 点を次のようにきめることにしよう。まず，点 F を通って傾き$(1+r)/p_B$の直線上でグループBの個人の効用が最大になる点を B とし，直線GM上の点で点 B と無差別になる点が E 点になるように点 F を決めたとしよう。つまり，公的年金の導入後に，均衡が分離均衡に移動した場合に，その分離均衡での効用が当初のプーリング均衡と等しくなるように公的年金の保険料水準を決めるのである。このような公的年金導入後，もし，分離均衡に移行すれば，その場合の分離均衡は点 B と点 A の組み合わせで実現する。そして，さらに公的年金を点 E まで増加させれば，その場合の分離均衡は点 B' と点 A' の組み合わせになる。点 B' では，グループBの効用は点 E よりも高い。また，点 A' においては，グループAの効用は点 E よりも高くなっている。このようにして，点 E よりもパレート改善された点が実現できるのである。

図８　公的年金：分離均衡からパレート改善する可能性



当初の均衡が分離均衡であった場合にはどうなるだろうか。図８をみてみよう。当初の分離均衡は点 B' と点 E' で表されている（点 B' はグループＢの直面する予算線のもとでグループＢの効用が最大化されている点であり，点 E' は点 B' を通るグループＢの無差別曲線がグループＡの直面する予算線と交わる点である)。今，点 F で表される公的年金を導入したものとしよう。公的年金導入後の均衡が分離均衡であるならば，グループＢの直面する予算線は直線 FN になり，グループＡの直面する予算線は直線 FL となる。公的年金の導入は，グループＢにとってはプラスの所得効果があるが，グループＡにとってはマイナスの所得効果を発生させることに注意しよう。このことは，グループＢの状態が改善されることを約束する。しかし，グループＡのマイナスの所得効果が十分に大きければ，公的年金の導入がグループＡの効用を低下させてしまう可能性があることを意味する。

さて，点 F で表せる公的年金が導入された場合，その後実現する均衡がやはり分離均衡であるとしよう。その時の分離均衡は点 B と点 E の組み合わせである。点 B は点 B' の東北方向に位置するから，明らかにグループＢ

の効用は上昇する。一方，グループAの効用は，点Eよりも点E'の方が必ず高くなるとは言えない。図では，E点を通るグループAの無差別曲線が点E'よりも上方に位置しているから，この場合には，グループAの効用は上昇する。しかし，点Eを通るグループAの無差別曲線が点E'の下側を通る場合には，グループAの効用は低下してしまう。

なお，公的年金導入後の均衡がプーリング均衡に移るなら，均衡点は直線FM上のどこかに移ることになる。この場合，グループBの効用が上昇するのは確実だが，グループAの効用を上昇させるためには，E'点よりも高い効用をグループAにもたらすような点を直線FM上で見つけることができる。そしてそのような点で表される公的年金を実施すれば，当初の分離均衡に比べて，両方のグループの効用は増加する。

3.4. 情報の非対称性：まとめ

情報の非対称性が存在する場合，市場は失敗する。この節では，個々人の生存確率に関して，情報の非対称性が存在すると，年金保険市場が効率的な資源配分を実現できないことを示した。分離均衡の場合，リスクの低い加入者（年金保険の場合には生存確率の低い加入者）は特に大きな影響を被る。この場合，リスクの高いグループの存在が，リスクの低いグループに負の外部性を与えているのである。

ここでは，私的年金保険市場の失敗についての理論分析を行った。それでは，現実の世界では，情報の非対称性に基づく市場の失敗はどの程度深刻なのだろうか。実は，この点があまり明確ではない。しかし，この点が明確でなければ，年金分野における公私の役割分担の議論も理論的ではなくなる。例えば，最近の年金制度改革の議論で必ず出されるのが，「公的年金は基礎年金部分に限定して，最低限の老後保障を行い，それ以上の年金については民間に任せるべきだ」のような意見である。しかしながら，私的年金市場が失敗しているのであれば，このような議論はナンセンスである。その場合，この節で展開したような議論に沿って，最適な公的年金制度の大きさを議論すべきであろう。一方，市場の失敗が深刻でなければ，公的年金制度に頼る

必要がない。現在行われている議論の多くは理論的ではないのである。

さて，ここで展開したモデルでは，まだ解明されていない問題がある。例えば，リスクのクラスが３以上あるケースではどうなるか。さらに，リスククラスが連続的に表現できるケースではどうなるだろうか。さらに，モデルを多期間へ拡張したり，ある時点で結んだ年金契約を次の時点で解約したり，修正する場合にどうなるかも興味深い問題である。

4．まとめ

年金保険は寿命の不確実性に伴うリスクに対応する保険である。それがどのような利益をもたらすかについて分析を行った。それによれば，年金保険の存在による利益は，遺産の減少を通じた資本蓄積阻害効果を上回りそうである。今後，多期間モデルへの拡張，家族によるリスクシェアリング機能等を考慮して，より現実的なインプリケーションを探っていく必要がある。また，年金保険市場が失敗するのは情報の非対称性のためである。この点の議論も，この論文で紹介した。

参考文献

Eckstein, Zvi, Martin Eichenbaum and Dan Peled (1985). “Uncertain Lifetimes and the Welfare Enhancing Properties of Annuity Markets and Social Security”. *Journal of Public Economics*, 26, 303-326

Kotlikoff, L.J. and A.Spivak (1981) “The Family as an Incomplete Annuities Market”, *Journal of Political Economy*, vol. 89, no. 2

Rothchild, M. and J.Stiglitz (1976) “Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay in the Economics of Incomplete Information”. *Quarterly Journal of Economics*. 90. 624-649

Wilson, C. (1977) “A Model of Insurance Markets with Incomplete Information”. *Journal of Economic Theory* 16, 167-207

Yaari, Menahem E. (1965) “Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer.” *Review of Economic Studies*, 32