

エッセイ

トランペットのボタンはなぜ3つなのか

小 林 宏 充

1. はじめに

管楽器であるトランペットは、3つのボタン（正式にはピストンバルブ）を押し下げる組み合わせで、12音を鳴らすことができます。フルートやリコーダーでは、多くの穴やボタンがあるのに、なぜでしょうか？

2. 音について

まずは、音の成り立ちから見ていきましょう。音の違い、つまり、ドレミの音の違いは、何が違うのでしょうか？ それは、振動数の違いです。楽器のチューニングによく用いられるのが、ラの音で、440Hzです。ここで、Hzはヘルツの意味です。マックスウェルが予言した電磁波（電波）が、空間を伝わることを初めて実験で証明し、その後のラジオやテレビなどの電波通信の礎を作ったヘルツの名前にちなんで、振動数の単位として用いられています。

Hzは、1秒間に何回振動するかを示す単位です。440Hzとは、1秒間に440回振動しているという意味です。楽器や空気が440回振動すると「ラ」という高さの音が発生します。ドの音は、263Hzです。ドから振動数が増えていき、ラが440Hz、そして高いドが526Hzです。ここまですと、

- ・ 音の高さの違いは、振動数の違い

・高音とは、振動数が高いという意味
となります。

オクターブとは、例えば、ドの音に対して、もう一つ上の高さ、またはもう一つ下の高さのドまでの、ドからドまでの意味で、それぞれ1オクターブ上のド、または1オクターブ下のドといった言い方をします。3オクターブの声が出せるなどと、音域の広さを示すときに用いられることもあります。

オクターブは、振動数が2倍違う音と定義されます。例えば、ラの音では、440Hzの1オクターブ上のラは $440 \times 2 = 880\text{Hz}$ ですし、263Hzのドの1オクターブ上のドは $263 \times 2 = 526\text{Hz}$ となります。440Hzのラの1オクターブ下のラは、 $440/2 = 220\text{Hz}$ となります。まとめると、

・オクターブとは、振動数が2倍違う音
となります。

3. 12 平均律

音律には、いろいろありますが、近年では、ピアノを中心とした、12平均律が用いられています。図1に示すように、ピアノの鍵盤で、ドレミの白い鍵盤の音に加えて、半音異なる黒い鍵盤の音も加えたドからシまでの12音を一塊とする音律です。

ドから鍵盤を数えて、13番目の鍵盤が1オクターブ異なるドという並びです。すなわち、オクターブ間を12分割したものが12平均率です。では、どのように12分割をするのでしょうか？ それには、等比級数を用います。ドからシまでの12音の異なる音に対して、オクターブ違う音が対応するように分割するには、等比級数が便利です。後に示すように、等比級数を使えば、基準音に関係なく12分割できることがわかります。ここまですとまとめると、12平均律とは、

・オクターブ間を12分割する
・分割は等比級数を用いる
となります。

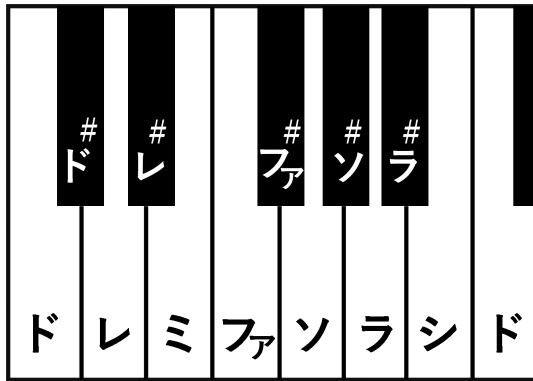


図1 ピアノの鍵盤と音の関係

4. 隣り合う音の間隔

12 平均律は、オクターブ間を等比級数で分割をするということでした。では、実際に振動数を用いてみていきましょう。等比級数は、銀行へお金を預けた際の利子の計算と同じです。等比級数の初項 a に相当するのが、元金です。銀行にまず 100 万円預けたとすると、その 100 万円が元金であり、初項 a となります。

1 年後の利子、すなわち年率を r とします。5% の年率の銀行に預けた場合は、1 年後には、5% 元金が増えていることになります。100 万円の 5% なので、 $100 \times 0.05 = 5$ 万円が 1 年後の利子となります。1 年後のお金は、元金も加えて、 $100 + 5 = 105$ 万円です。これは、等しい比率（これを公比といいます） r を $1 + 0.05 = 1.05$ とすることに相当します。元金 $100 \text{ 万円} \times 1.05 = 105 \text{ 万円}$ という計算です。よって、公比 r の場合、1 年後のお金は ar と書くことができます。2 年後には $ar \times r = ar^2$ 、3 年後には $ar^2 \times r = ar^3$ となります。このように、同じ比率 r 倍ずつ増えていくのが、等比級数になります。

ここで、何番目の音ということを考えたいので、1 年目、2 年目という言い方に変えると、1 年目は預けた年なので 0 年後、2 年目は 1 年経ったので 1 年後、3 年目は 2 年経ったので 2 年後といったように、1 だけ年数がずれること

に注意をすると、 n 年目の等比級数は下記のように表されます。

$$\begin{aligned} &1 \text{ 年目 } a \\ &2 \text{ 年目 } ar \\ &3 \text{ 年目 } ar^2 \\ &4 \text{ 年目 } ar^3 \\ &\vdots \\ &n \text{ 年目 } ar^{n-1} \end{aligned}$$

数え方を n 年後から、 n 年目としたことで、 r の指数が $n-1$ となっていることに注意してください。

さて、オクターブとは振動数が 2 倍違うということでした。12 平均律では、ドからシまで 12 音を塊としますので、13 番目の音は 1 オクターブ上の音になります。13 年目に元金が 2 倍になっているということです。これを等比級数で考えると、

$$ar^{13-1}=2a$$

となります。両辺から元金である a が消去される点が重要です。すなわち、どんな元金であろうとも、音で言うと、どの音から始めても、等比級数とすることで、13 番目の音が必ず 2 倍の振動数の音にすることができます。上の式は下記のようになります。

$$r^{12}=2$$

これは、ある値を 12 回掛け算すると 2 となる数字です。つまり、

$$r=2^{\frac{1}{12}}\approx 1.06$$

となります。これは、年率 6% の銀行にお金を預けると、13 年目（12 年後）には、元金が 2 倍になっているという意味です。

ということで、基準となる音の高さから 13 番目の音が、基準となる音の高さの 2 倍となるためには、6% ずつ音の高さ、すなわち振動数を高くしていけば、13 番目には 1 オクターブ高い音にできることがわかりました。実際、図 2 に示すように、ギターのフレット（指で押さえて音を変える際の仕切り棒）の間隔は 6% ずつ、間隔が狭くなるように、取り付けられています。



図2 ギターのフレットの間隔

まとめますと、

・ 隣り合う音の振動数の違いを、6% にすることで、12 平均律になることがわかりました。

5. 振動数が3 倍の音

本稿では、トランペットのボタンがなぜ3つで充分なのかを考えることが目的でした。だいふ近づいていきましたが、それを理解するために、もう少し準備が必要です。そこで、基準音から、振動数が3 倍の音との関係を見ていきます。

12 平均律では、公比は6% とすればよいことがわかりました。では、何番目の音が、振動数が3 倍になるのでしょうか？ 等比級数の式を書くと下記のようになります。

$$a1.06^{n-1}=3a$$

ここでも、初項 a は両辺から消去されますので、基準音 a には関係のない関係となります。1.06 を何回か電卓で掛け算をしていき、3 となる回数を調べると19 とわかります。

$$n-1=19$$

なので,

$$n=20$$

すなわち、振動数が基準音の3倍となるのは、基準音から20番目の音とわかります。上記で見たように、基準音はどこを選んでもよいのですが、わかりやすく、例えばドを1番目とすると、

ド	ド#	レ	レ#	ミ	ファ	ファ#	ソ	ソ#	ラ	ラ#	シ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

このような表となり、20番目の音は、1オクターブ上のソとわかります。

基準音の4倍の振動数の音は、2倍の音がオクターブ上のドでしたので、そのドのさらに1オクターブ上、つまり2倍×2倍=4倍となることから、2オクターブ上のドが4倍の音になります。

6. 開管と閉管

楽器には、開管と閉管があります。開管の代表例がフルートで、閉管の代表例がクラリネットです。図3のように、開管では、左右の両端が開いているので、そこで空気の振動が最大になるような波ができます。フルートは、筒の側面に吹き口（唄口）があるので、その様子が想像しやすいと思います（ただし、実際のフルートでは、唄口側の端は反射板で閉じられており、空気は唄口部分で行ったり来たりし、最大の振動をする開管端の構造になっています^{1), 2)}）。左側が基本振動（最小単位）です。本来、音は縦波と呼ばれるもので、波が進む向きと空気が振動する向きは同じです。同図では、音が左右に進むのですので、管端では、一番空気が左右に振動しています。それを横方向に振動していると描こうと思うと表現が難しいので、上下に振動する波として表現をしていることに、注意してください。つまり、両端で本来は左右に一番振動しているのですが、それ

を上下振動として、一番振幅が大きいところが、両端になるように波を描いています。このとき、本来波は管内を左右に進んでいるのですが、あたかもそこで止まって振動しているような波が生き残ります（それ以外の波は両端で反射して戻って来たりして打ち消し合います）。その止まっているように振動する波を、定常波もしくは定在波と呼びます。

同図の右側の図では、一つ上の倍音振動を表しています。同じように定常波を描こうとして、波が1つでも多く入るようにすると、右側の図となります。開管では、ちょうど、基本振動が2つ入った状態です（右上図）。ここでは描画しませんが、開管ではより振動数の高い定常波を描くと、次に3つの基本振動からなる定常波が、その次は4つの基本振動からなる定常波ができることがわかります。つまり、整数倍（ $n=1, 2, 3, 4, \dots$ ）で振動数が増えていくことになります。

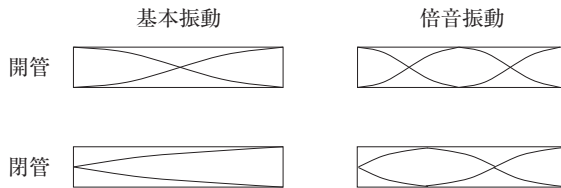


図3 開管と閉管での振動と定常波の関係

一方、閉管では左右の一端が閉じている点が、開管とは異なります。図3の下図では、左側が口で吹く部分として閉じているとし、右端が管が開いた端としています。左端の閉じた管壁近傍では左右に音が振動できないので、その様子を上下に振動する波として表現すると、振幅がゼロと表現されます。右端は開いているので、上下の振動として表現すると最大振幅の場所となります。すると左下図が、基本振動になります。次に高い振動数は右下図になります。基本振動が3つになったことがわかります。ここでは省略しますが、次に高い振動数は、基本振動が5つとなる状態です。このように、閉管では、基本振動が、奇数倍（ $m=1, 3, 5, \dots$ ）となることがわかります。

この基本振動は、楽器のボタンを押さずに、ゆっくりと吹いたときに相当し

ます。次の倍音振動は、同じく楽器のボタンを押さずに、少し強く吹いたときに相当します。いわゆる倍音とよばれる高振動数の音が強められた状態です。ですので、指を使わなくとも、吹き方を変えるだけで、異なる音を出すことができる点を理解しておくことが重要となります。ここまでの、基本振動の音をドとして、まとめると、

- ・開管では振動数が 1, 2, 3, 4 倍と整数倍で増えていくので、ド、ド、ソ、ドとなる

- ・閉管では振動数が、1, 3, 5 倍と奇数倍で増えていくので、ド、ソ、ミとなる

となります。

7. トランペットはなぜ3つのボタンで充分なのか

ようやく準備ができました。吹き方を変えて、高振動数の定常波を作ること、ドとソが出せることがわかりました。つまり、ドとソの間をボタン操作で音を変えることができれば、充分であることがわかります（実際のトランペットでは、B^b（ラ[#]）の音が、ここでいうドの音に相当することに注意してください）。ボタンが1つでは、ボタンを押すか押さないかで2通り、ボタンが2つでは、 $2 \times 2 = 4$ 通りなので、これでは足りません。ボタンが3つだと、組み合わせが $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通りとなり、ドとソの間にある音の数をカバーすることができます。実際、トランペットでは、3つのボタン（ピストンバルブ）の開閉で管の長さを調整しています。図4に示すように、マウスに近いほうから1, 2, 3と番号をつけた場合、それぞれのボタンを単独で抑えると、

1 番 1. 0 音低

2 番 0. 5 音低

3 番 1. 5 音低

といったように、音程が下がるようになっています。

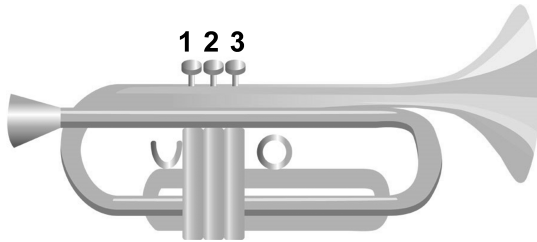


図4 トランペットのボタン（ピストンバルブ）

これらのボタンの組み合わせによって、

C	ド			
C [#]	ド [#]	3.	0 音低	1+2+3
D	レ	2.	5 音低	1+3
D [#]	レ [#]	2.	0 音低	2+3
E	ミ	1.	5 音低	1+2
F	ファ	1.	0 音低	1
F [#]	ファ [#]	0.	5 音低	2
G	ソ			
G [#]	ソ [#]	2.	0 音低	2+3
A	ラ	1.	5 音低	1+2
A [#]	ラ [#]	1.	0 音低	1
B	シ	0.	5 音低	2
C	ド			

のように、ボタン操作と吹き方を組み合わせることで、3つのボタンで12平均律のすべての音をカバーすることが可能となっています。

8. トランペットは閉管なのか開管なのか

さて、実はここが、本稿を書こうと思ったきっかけとなります。トランペットはクラリネットに近い構造をしています。吹き口部分に口を付けて息を吹き

込み、その反対側がラッパ状に広がっています。そうすると、閉管なのでしょうか？

前節のトランペットにおいて、何もボタン操作をしない音を見ていただくと、ド、ソ、ドであることがわかります。閉管では、1, 3, 5と定常波の数が増えていくので、ド、ソ、ミとなり、一致しません。一方で、開管では、1, 2, 3, 4と定常波の数が増えていくので、基準音の2倍、3倍、4倍のところを使えば、ド、ソ、ドとなっていることがわかります。実際、トランペットで息を吹き込む部分は取り外しができ、マウスピースと呼ばれています(図5参照)。そのマウスピースのみで、息の吹き方を変えて、このド、ソ、ドを出せるようにすることが、演奏するために、まず練習をすることになります。これができるようになり、初めてトランペットでドからドまでの1オクターブの音を出せることになります。実際にはソを出しながら、ボタン操作で音を下げる方向にド $\sharp$ までの音を出し、低いドは吹き方を変えて出す。また、高いドを出しながら、ボタン操作で音を下げる方向にソ $\sharp$ までを出すことで、オクターブ間の音をカバーしています。

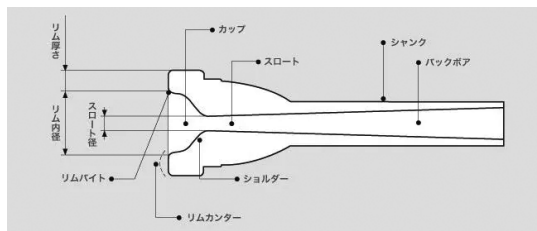


図5 トランペットのマウスピースの構造

出典：<https://jp.yamaha.com/products/contents/winds/mouthpieces/function/index.html> 2025.10.14 閲覧

さて、開管のド、ソ、ドを使えばよいことは、わかりましたが、なぜトランペットは一見、閉管であるクラリネットと同じ見た目なのに、フルートのような横笛の形をした開管と同じ音が出せるのでしょうか？ それは、図5のように、吹き込まれた息がスロートを通り、バックボアと呼ばれる円錐状に広がった空間を通るからです³⁾。ここが、クラリネット⁴⁾との大きな違いになっています。

ます。クラリネットでは、本体の筒の内径がラッパ上に開く手前まで一定の円筒になっているからです。これによって、図3の下図に示した閉管における奇数倍の定常波が作られます。

では、円錐状に広がっているとなぜ、開管と同じ定常波ができるのでしょうか？ このことを考えるために、図3では、一番空気が振動するところを上下方向の振幅として表しましたが、その時の圧力の定常波を考えたいと思います。後に述べるように、圧力の定常波で考えるほうが、分かりやすくなるからです。図6に、開管と閉管での圧力の定常波の関係を示します。図3と見比べると、振動の最大振幅の位置で、圧力の振幅がゼロとなる節になっています。また、振動の振幅の節の位置で、圧力の定常波は最大振幅になっています。例えば、開管の左端では、振動は最大ですが、開放されているので、管の外の大気と同じ圧力のはずです。なので、振動が作り出す音の圧力（大気との差圧）は、この位置ではゼロになります。一方、閉管の左端は閉じられており、ここで空気の振動はゼロになるものの、空気が押し付けられ、音の圧力は最大になります。

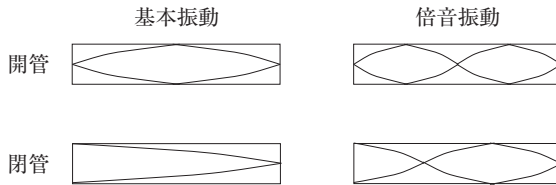


図6 開管と閉管での振動と圧力の定常波の関係

9. 開管の圧力の定常波

開管の場合は、管の長さを L とすると、定常波の波長は、整数 n を用いて $2L/n$ となります。これは $2L$ の長さの中に、 $n=1$ だと1波長分、 $n=2$ だと2波長分が存在することを意味します。これを式で表すと次式になります。左辺の y は定常波の高さ分布を表し、 x は開管の左端からの距離で $0 < x < L$ を想定しています。

$$y = \pm \sin \frac{2\pi n}{2L} x = \pm \sin \frac{\pi n}{L} x$$

基本振動である $n=1$ の場合の定常波の様子を図示すると、図7の細実線となります。ここでは、簡単化のために $L=1$ の場合を図示しています（実際には、横軸を x/L とすれば、 $L=1$ に限る必要はありません）。

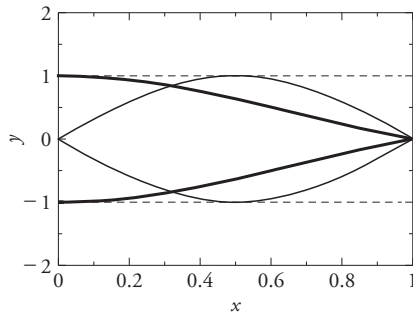


図7 $n=1$ の場合の圧力の定常波の様子。開管（細実線）と円錐管（太実線）

10. 円錐管の圧力の定常波

これに対して、円錐管では、音が左端の閉管のところからの距離 x で広がっていきます（半径 r で放射状に広がっていくとしたほうが、物理的にはわかりやすい場合もありますが、ここでは混乱ないように距離は x に統一しました）。この時、音（音波）は放射状に広がりながら（閉管の左端を中心に広がる球面波として）進むので、その振幅は $1/x$ に減衰しながら広がっていきます。なので、円錐管では、左端が閉管、右端が開管なので、定常波の圧力分布は次式のように書くことができます⁵⁻⁸⁾。

$$y = \pm \frac{L}{\pi n} \frac{1}{x} \sin \frac{2\pi n}{2L} x = \pm \frac{L}{\pi n} \frac{1}{x} \sin \frac{\pi n}{L} x$$

ここで、左端の振幅がゼロではないのに、 $\sin$ 波で表現されているところが味噌です。ここで、 $x=0$ において $\sin x \sim x$ 、また定数 a に対して $\sin ax \sim ax$ という関係が成り立ちます。それを図にしたものが、図8です。左図は、細実線

の $y = \sin x$ と太実線の $y = x$ の関係を描画したものです。右図は、同じく $y = \sin 2x$ と $y = 2x$ の関係を図示したものです。図からも $x=0$ 付近において、先の近似が成り立っていることがわかれると思います。数学が得意な方には、 $\sin x$ のテーラー展開の第一項のこととえばわかるでしょうか。

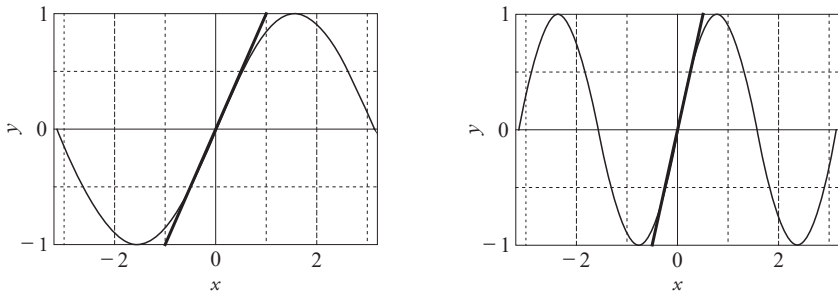


図8 左図： $y = \sin x$ （細実線）と $y = x$ （太実線），右図： $y = \sin 2x$ （細実線）と $y = 2x$ （太実線）

さて、その近似が成り立つことに注意をすると、上式は $x=0$ において最大振幅1をもつ波形になります。図7に、円錐管の基本振動である $n=1$ の場合の定常波の様子を図示すると、太実線となります。

では、 $n=2$ や $n=3$ の場合は、どのような定常波になるでしょうか。それを図示したのが、図9です。左図が $n=2$ の場合で、右図が $n=3$ の場合です。このように、円錐管と開管の定常波の振幅がゼロとなる節の位置が左端以外で、一致していることがわかります。またこのとき、振幅が大きくなる腹の数が、開管と円錐管では、一致することがわかります。これらが、円錐管が、開管と同じように、 n に対して、定常波の振動数の増え方が一致する理由です。定常波の波形が、同じ $\sin$ 波で書けるところが味噌という訳です。

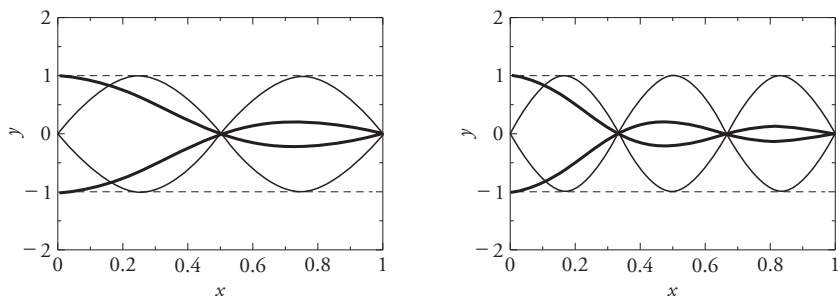


図9 $n=2$ (左図) と $n=3$ (右図) の場合の圧力の定常波の様子。開管 (細実線) と円錐管 (太実線)

これで、円錐管が、開管と同様に、吹き方を変えるだけで、ボタン操作なく、ド、ソ、ドという音が出せることがわかりました。これは、開管における $n=2, 3, 4$ に相当します。後は、前節で、考えたように、ドとソの間をボタン操作で表現できればよく、またソと高い方のドとの間はより音が少ないので、3つのボタン操作で十分表現できます。トランペットは一見閉管に見えますと思いますが、実は、円錐形をした閉管である円錐管は、むしろ開管のほうに近く、実際、定常波の振動数の増え方は、開管と同じになるという点が、混乱を招く元なのでしょう。

11. 閉管の圧力の定常波

円筒形の閉管について、同じように圧力の定常波を数式で表現すると、後述のように、 $\cos$ 波を使うことになります。左端の閉管端では、最大圧力になり、右端の開管端では、振幅がゼロになる関数なので、 $\cos$ 波となります。図 10 に、圧力の基本振動の場合を左図に、閉管の境界条件を満たす次の定常波の波形を右図に示します。図 10 の左図の定常波は、1 波長の $1/4$ の波形なので、管の長さを L とすると、1 波長は、 $4L$ となります。この点に注意をすると、閉管の圧力の定常波の式は下記となります。

$$y = \pm \cos \frac{2\pi m}{4L} x = \pm \cos \frac{\pi m}{2L} x$$

ここで、左図の1つ分の定常波の波形は、 $y = \pm \cos \frac{\pi}{2L} x$ ですので、その3倍が右図となります。その点を考慮すると、上式の m は奇数 ($m=1, 3, 5, \dots$) となります⁹⁾。図9左図の円錐管の節の位置と図10右図の節の位置を比較すると、前者が $x=1/2=0.5$ と中点であるのに対して、後者は $x=1/3=0.33$ とずれていることがわかります。この点からも、左端が閉管で右端が開管であっても、円錐管と円筒状の閉管とは、管内に生成される定常波が異なり、円錐管はむしろ開管の仲間であることがわかります。

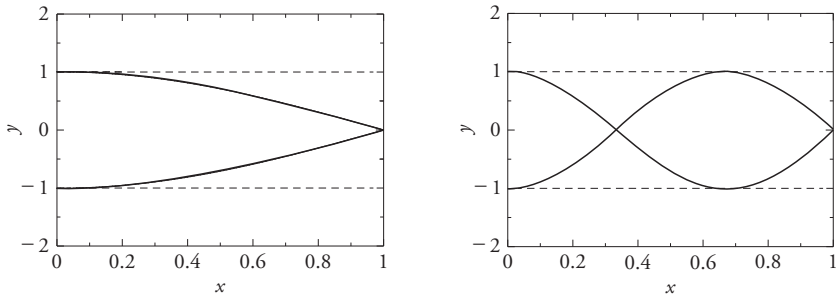


図10 $m=1$ (左図) と $m=3$ (右図) の場合の閉管の圧力の定常波の様子

閉管の代表例は、クラリネットです。吹き口とは反対側の端がラッパ状に開いています（ベルと呼ばれています）が、管内は円筒状です。管内が円錐状のオーボエなどとは異なります。開管であるフルートの基本振動の波長は、 $2L$ でした。音の速度を c (15°C では約 340m/s) とすると、波長 λ と振動数 f の間には、 $c = f\lambda$ という関係があり、振動数は、下記のようになります。

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

フルートの基本振動での振動数は、

$$f = \frac{c}{2L}$$

となります。一方で、閉管の基本振動での波長は $4L$ でしたので、その基本振動での振動数は、

$$f = \frac{c}{4L}$$

となります。閉管であるクラリネットの最低振動数の音は、開管であるフルートの最低振動数の音よりも、半分の振動数、つまり 1 オクターブ低い音が出せます⁴⁾。これがクラリネットの特徴でもあるようです。

以上 8～11 節を、まとめますと、

- ・円錐管では、圧力の定常波の振幅がゼロとなる位置（距離）が円筒状の開管と同様、整数倍で変化

- ・円筒状の閉管は、圧力の定常波の節の位置が、開管や円錐管とずれて、振動数は奇数倍で増えていく。最低音は、開管・円錐管の楽器に比べて、1 オクターブ低い音がでる。

となります。

12. おわりに

講義では、波の話に関連して、音の話をしています。そして、その最後になぜトランペットは 3 つのボタンで充分なのかについて、話をしています。ドとソの間を 3 つのボタン操作で調整できるからと教えており、それはよいのですが、なぜ閉管に見えるトランペットがド、ソ、ドという音をマウスピースだけで出せるのか、これを機に調べてみました。振動の定常波の形よりも、圧力の定常波に注目するほうが理解しやすいこと、円錐管は開管と節の位置（距離）が一致するので、むしろ開管に近いとわかり、ストンと腹落ちしました。

参考文献

- 1) フルートのしくみ

https://www.yamaha.com/ja/musical_instrument_guide/flute/mechanism/mechanism002.

html 2025.10.14 閲覧

- 2) Flute acoustics: an introduction to how a flute works
<https://www.phys.unsw.edu.au/jw/fluteacoustics.html> 2025.10.14 閲覧
- 3) トランペットのしくみ
https://www.yamaha.com/ja/musical_instrument_guide/trumpet/mechanism/mechanism002.html 2025.10.14 閲覧
- 4) Clarinet acoustics: an introduction
<https://www.phys.unsw.edu.au/jw/clarinetacoustics.html> 2025.10.14 閲覧
- 5) Pipes and harmonics: cylindrical and conical bores
<https://www.phys.unsw.edu.au/jw/pipes.html> 2025.10.14 閲覧
- 6) The conical bore in musical acoustics, R.D. Ayers, L.J. Eliason, D. Mahgerefteh, American Journal of Physics, (1985)
- 7) Saxophone acoustics: Introducing a compendium of impedance and sound spectra, J. Chen, J. Smith, and J. Wolfe, Acoustics Australia, Vol. 37, pp. 18-37, (2009)
- 8) 楽器の物理学, N.H. フレッチャー, T.D. ロッシング 著, 岸憲史, 久保田秀美, 吉川茂 訳, 丸善出版, (2012)
- 9) Clarinet acoustics: Introducing a compendium of impedance and sound spectra, P. Dickens, R. France, J. Smith, and J. Wolfe, Acoustics Australia, Vol. 35, pp. 1-17, (2007)